BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	**Bài thi: TOÁN**
(Đề thi có 05 trang)	*Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

Họ và tên thí sinh: ....

Số báo danh: ....

Mã đề thi 101

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là

A. $(-\infty; \log_3 2)$. **B.** $(\log_3 2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; \log_2 3)$. **D.** $(\log_2 3; +\infty)$.

Câu 2. Nếu $\int\limits_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\int\limits_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x = -2$ thì $\int\limits_1^4 [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của S là

A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9$. **B.** $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$.

C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 3$. **D.** $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 3$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u} = (-2; 4; 5)$. Phương trình của d là

A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t. \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t. \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t. \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t. \end{cases}$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

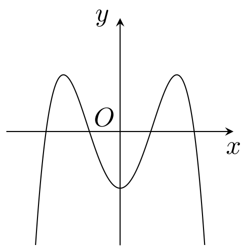
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 6. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

A. $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x - 1$.

C. $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$. **D.** $y = x^3 - 3x - 1$.



Câu 7. Đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -3.

Câu 8. Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n \geqslant 4$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $\mathrm{A}_n^4 = \dfrac{(n-4)!}{n!}$. **B.** $\mathrm{A}_n^4 = \dfrac{4!}{(n-4)!}$. **C.** $\mathrm{A}_n^4 = \dfrac{n!}{4!(n-4)!}$. **D.** $\mathrm{A}_n^4 = \dfrac{n!}{(n-4)!}$.

Câu 9. Phần thực của số phức $z = 5 - 2i$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** -5. **D.** -2.

Câu 10. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{2}}$ là

A. $y' = \dfrac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}$. **B.** $y' = \dfrac{2}{5}x^{\frac{3}{2}}$. **C.** $y' = \dfrac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$. **D.** $y' = \dfrac{5}{2}x^{-\frac{3}{2}}$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = 2x + C$. **B.** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^2 + 4x + C$.

C. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + 4x + C$. **D.** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^3 + 4x + C$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;5)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(-2;3;5)$. **B.** $(2;-3;5)$. **C.** $(-2;-3;5)$. **D.** $(2;-3;-5)$.

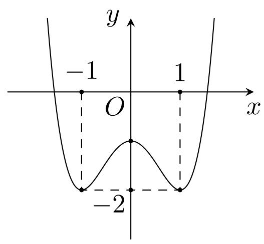
Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** 5. **C.** -3. **D.** 1.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	5	$\searrow$	
			-3				$-\infty$

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.



Câu 15. Nghiệm của phương trình $\log_3(5x) = 2$ là

A. $x = \dfrac{8}{5}$. **B.** $x = 9$. **C.** $x = \dfrac{9}{5}$. **D.** $x = 8$.

Câu 16. Nếu $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ thì $\displaystyle\int_0^3 3f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 36. **B.** 12. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 17. Thể tích của khối lập phương cạnh $5a$ bằng

A. $5a^3$. **B.** a^3. **C.** $125a^3$. **D.** $25a^3$.

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y = 9^x$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 19. Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = 16\pi R^2$. **B.** $S = 4\pi R^2$. **C.** $S = \pi R^2$. **D.** $S = \dfrac{4}{3}\pi R^2$.

Câu 20. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = \dfrac{1}{2}$.

Câu 21. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[4]{a}$ bằng

A. 4. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $-\dfrac{1}{4}$. **D.** -4.

Câu 22. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 5a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{5}{6}a^3$. **B.** $\dfrac{5}{2}a^3$. **C.** $5a^3$. **D.** $\dfrac{5}{3}a^3$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 3x - y + 2z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n}_1 = (-3;1;2)$. **B.** $\overrightarrow{n}_2 = (3;-1;2)$. **C.** $\overrightarrow{n}_3 = (3;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{n}_4 = (3;1;-2)$.

Câu 24. Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 6$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 108π. **B.** 36π. **C.** 18π. **D.** 54π.

Câu 25. Cho hai số phức $z = 4 + 2i$ và $w = 3 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

A. $1 + 6i$. **B.** $7 - 2i$. **C.** $7 + 2i$. **D.** $-1 - 6i$.

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -6. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{x-2} + C$. **B.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + 2x + C$.

C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$. **D.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x - 2x + C$.

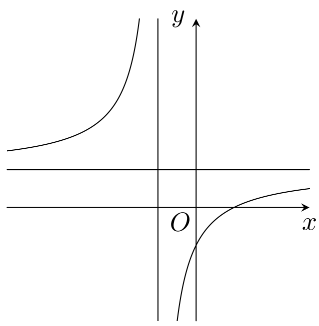
Câu 28. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3;4)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $z_2 = 3 + 4i$. **B.** $z_3 = -3 + 4i$. **C.** $z_4 = -3 - 4i$. **D.** $z_1 = 3 - 4i$.

Câu 29. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' < 0, \forall x \neq -1$. **B.** $y' > 0, \forall x \neq -1$.

C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **D.** $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.



Câu 30. Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A. $\frac{7}{44}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{1}{22}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Câu 31. Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y = -x^3 + 3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x = 0$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon x - 2y + 4z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{4}$. **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $2a$. **C.** a. **D.** $2\sqrt{2}a$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(4;1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

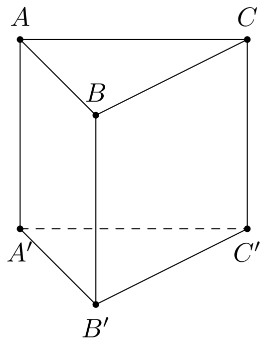
A. $3x + y + 2z - 17 = 0$. **B.** $3x + y + 2z - 3 = 0$.

C. $5x + y + 2z - 5 = 0$. **D.** $5x + y + 2z - 25 = 0$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $iz = 5 + 4i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\overline{z} = 4 + 5i$. **B.** $\overline{z} = 4 - 5i$. **C.** $\overline{z} = -4 + 5i$. **D.** $\overline{z} = -4 - 5i$.

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AA' và BC' bằng



A. $30°$. **B**. $90°$. **C**. $45°$. **D**. $60°$.

Câu 37. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3b = 64$. **B**. $a^3b = 36$. **C**. $a^3 + b = 64$. **D**. $a^3 + b = 36$.

Câu 38. Nếu $\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 5$ thì $\int\limits_0^2 [2f(x) - 1]\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B**. 9. **C**. 10. **D**. 12.

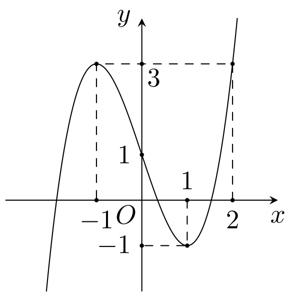
Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & \text{khi} \quad x \geqslant 1 \\ 3x^2 + 4 & \text{khi} \quad x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

A. 27. **B**. 29. **C**. 12. **D**. 33.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2} - 9^x\right)[\log_3(x + 25) - 3] \leqslant 0$?

A. 24. **B**. Vô số. **C**. 26. **D**. 25.

Câu 41. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 1$ là



A. 9. **B**. 3. **C**. 6. **D**. 7.

Câu 42. Cắt hình nón $(\mathcal{N})$ bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc $60°$, ta được thiết diện là một tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của $(\mathcal{N})$ bằng

A. $8\sqrt{7}\pi a^2$. **B**. $4\sqrt{13}\pi a^2$. **C**. $8\sqrt{13}\pi a^2$. **D**. $4\sqrt{7}\pi a^2$.

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m + 1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 7$?

A. 2. **B**. 3. **C**. 1. **D**. 4.

Câu 44. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + i\overline{w} - 6 - 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z - w|$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{221}}{5}$. **B**. $\sqrt{5}$. **C**. 3. **D**. $\dfrac{\sqrt{29}}{5}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x + 2y + z - 4 = 0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

A. $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z+2}{-4}$. **B**. $\dfrac{x}{3} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z+2}{1}$.

C. $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{-4}$. **D**. $\dfrac{x}{3} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{1}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -3 và 6. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y = 1$ bằng.

A. $2\ln 3$. **B**. $\ln 3$. **C**. $\ln 18$. **D**. $2\ln 2$.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\dfrac{1}{3};3\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy} = (1+xy)27^{9x}$?

A. 27. **B**. 9. **C**. 11. **D**. 12.

Câu 48. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng $30°$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}a^3$. **B**. $\dfrac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. **C**. $2\sqrt{3}a^3$. **D**. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;-4)$ và $B(-2;1;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 2$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

A. $3\sqrt{5}$. **B**. $\sqrt{61}$. **C**. $\sqrt{13}$. **D**. $\sqrt{53}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-7)\left(x^2-9\right), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f\left(|x^3+5x| + m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 6. **B**. 7. **C**. 5. **D**. 4.

—— Hết ——

ĐÁP ÁN MÃ ĐỀ THI 101

1 A	**6** A	**11** C	**16** B	**21** B	**26** C	**31** C	**36** C	**41** D	**46** D
2 C	**7** D	**12** A	**17** C	**22** D	**27** B	**32** D	**37** A	**42** D	**47** C
3 B	**8** D	**13** C	**18** A	**23** B	**28** B	**33** B	**38** A	**43** B	**48** D
4 D	**9** A	**14** A	**19** B	**24** A	**29** B	**34** B	**39** A	**44** D	**49** D
5 D	**10** C	**15** C	**20** A	**25** B	**30** A	**35** A	**40** C	**45** C	**50** A

ĐÁP ÁN CHI TIẾT MÃ ĐỀ THI 101
(Soạn bởi Nguyễn Minh Hiếu)

Câu 1. Ta có $3^x < 2 \Leftrightarrow x < \log_3 2$.
Vậy bất phương trình có tập nghiệm $(-\infty; \log_3 2)$.
Chọn phương án **A.** □

Câu 2. Ta có

$$\int_1^4 [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x = 3 - (-2) = 5.$$

Chọn phương án **C.** □

Câu 3. Mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$.
Chọn phương án **B.** □

Câu 4. Đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t. \end{cases}$
Chọn phương án **D.** □

Câu 5. Từ bảng xét dấu, suy ra hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.
Chọn phương án **D.** □

Câu 6. Từ hình vẽ, suy ra

- Đường cong có hình dáng của đồ thị hàm số trùng phương nên loại phương án B và D.
- $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$, suy ra hệ số $a < 0$ nên loại phương án C.

Chọn phương án **A.** □

Câu 7. Ta có $y(0) = -3$ nên đồ thị hàm số đã cho cắt Oy tại điểm có tung độ bằng -3.
Chọn phương án **D.** □

Câu 8. Ta có $\mathrm{A}_n^4 = \dfrac{n!}{(n-4)!}$.
Chọn phương án **D.** □

Câu 9. Số phức $z = 5 - 2i$ có phần thực bằng 5.
Chọn phương án **A.** □

Câu 10. Trên khoảng $(0; +\infty)$, ta có $y' = \dfrac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$.
Chọn phương án **C.** □

Câu 11. Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \left(x^2 + 4\right)\,\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + 4x + C$.
Chọn phương án **C.** □

Câu 12. Ta có $\overrightarrow{OA} = (-2; 3; 5)$.
Chọn phương án **A.** □

Câu 13. Từ bảng biến thiên, suy ra giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y_{\text{CT}} = -3$.
Chọn phương án **C.** □

Câu 14. Từ hình vẽ, suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.
Chọn phương án **A.** □

Câu 15. Ta có $\log_3(5x) = 2 \Leftrightarrow 5x = 3^2 \Leftrightarrow 5x = 9 \Leftrightarrow x = \dfrac{9}{5}$.
Chọn phương án **C.** □

Câu 16. Ta có $\displaystyle\int\limits_0^3 3f(x)\,\mathrm{d}x = 3\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 3 \cdot 4 = 12$.
Chọn phương án **B.** □

Câu 17. Thể tích của khối lập phương đã cho là $V = (5a)^3 = 125a^3$.
Chọn phương án **C.** □

Câu 18. Hàm số đã cho có tập xác định $\mathbb{R}$.
Chọn phương án **A.** □

Câu 19. Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức $S = 4\pi R^2$.
Chọn phương án **B.** □

Câu 20. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình $x = 1$.
Chọn phương án **A.** □

Câu 21. Ta có $\log_a \sqrt[4]{a} = \log_a a^{\frac{1}{4}} = \dfrac{1}{4}$.
Chọn phương án **B.** □

Câu 22. Thể tích khối chóp đã cho là $V = \dfrac{1}{3}Bh = \dfrac{1}{3} \cdot 5a^2 \cdot a = \dfrac{5}{3}a^3$.
Chọn phương án **D.** □

Câu 23. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}_2 = (3;-1;2)$.
Chọn phương án **B.** □

Câu 24. Thể tích của khối trụ đã cho là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 6^2 \cdot 3 = 108\pi$.
Chọn phương án **A.** □

Câu 25. Ta có $z + w = (4+2i) + (3-4i) = 7 - 2i$.
Chọn phương án **B.** □

Câu 26. Công bội của cấp số nhân đã cho $q = \dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{9}{3} = 3$.
Chọn phương án **C.** □

Câu 27. Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \left(\mathrm{e}^x + 2\right)\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + 2x + C$.
Chọn phương án **B.** □

Câu 28. Điểm $M(-3;4)$ là điểm biểu diễn của số phức $z_3 = -3 + 4i$.
Chọn phương án **B.** □

Câu 29. Từ công thức, suy ra hàm số không xác định tại $x = -1$.
Từ hình vẽ, suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng xác định.
Vậy $y' > 0, \forall x \neq -1$.
Chọn phương án **B.** □

Câu 30. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{12}^3 = 220$.
Gọi A là biến cố "Lấy được 3 quả bóng màu xanh", ta có $n(A) = \mathrm{C}_7^3 = 35$.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{35}{220} = \dfrac{7}{44}$.
Chọn phương án **A.** □

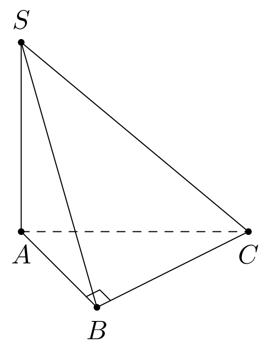
Câu 31. Hàm số đã cho liên tục trên $[0; 3]$.
Ta có $y' = -3x^2 + 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \notin [0; 3]. \end{array}\right.$
Lại có $y(0) = 0$, $y(1) = 2$, $y(3) = -18$.
Vậy hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1$.
Chọn phương án **C.** □

Câu 32. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}_{(P)} = (1; -2; 4)$.
Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P).
Khi đó d nhận $\overrightarrow{n}_{(P)} = (1; -2; 4)$ làm một vectơ chỉ phương nên có phương trình

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}.$$

Chọn phương án **D.** □

Câu 33.
Tam giác ABC vuông cân tại B nên $BC = AB = 2a$.
Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.
Do đó $\mathrm{d}(C, (SAB)) = BC = 2a$.



Chọn phương án **B.** □

Câu 34. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB.
Khi đó (P) nhận $\overrightarrow{AB} = (3; 1; 2)$ làm một vectơ pháp tuyến nên có phương trình

$$3(x-1) + 1(y-0) + 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow 3x + y + 2z - 3 = 0.$$

Chọn phương án **B.** □

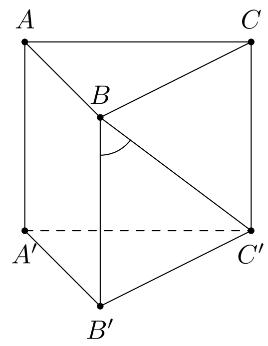
Câu 35. Ta có $iz = 5 + 4i \Leftrightarrow z = \dfrac{5+4i}{i} \Leftrightarrow z = 4 - 5i$.
Vậy số phức liên hợp của z là $\overline{z} = 4 + 5i$.
Chọn phương án **A.** □

Câu 36.

Ta có $AA' \parallel BB'$ nên $(\widehat{AA', BC'}) = (\widehat{BB', BC'}) = \widehat{B'BC'}$.

Vì $BCC'B'$ là hình vuông nên $\widehat{B'BC'} = 45^\circ$.

Vậy $(\widehat{AA', BC'}) = 45^\circ$.



Chọn phương án **C.** □

Câu 37. Ta có $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6 \Leftrightarrow \log_2 (a^3 b) = 6 \Leftrightarrow a^3 b = 2^6 \Leftrightarrow a^3 b = 64$.

Chọn phương án **A.** □

Câu 38. Ta có

$$\int_0^2 [2f(x) - 1]\,\mathrm{d}x = 2\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^2 1\,\mathrm{d}x = 2\cdot 5 - x\Big|_0^2 = 10 - (2-0) = 8.$$

Chọn phương án **A.** □

Câu 39. Ta có $F(x) = \begin{cases} x^2 + 5x + C_1 & \text{khi} \quad x \geqslant 1 \\ x^3 + 4x + C_2 & \text{khi} \quad x < 1. \end{cases}$

Lại có $F(0) = 2 \Leftrightarrow C_2 = 2 \Rightarrow F(x) = \begin{cases} x^2 + 5x + C_1 & \text{khi} \quad x \geqslant 1 \\ x^3 + 4x + 2 & \text{khi} \quad x < 1. \end{cases}$

Mặt khác $F(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ nên liên tục trên $\mathbb{R}$, do đó

$$\lim_{x\to 1^+} F(x) = \lim_{x\to 1^-} F(x) \Leftrightarrow 6 + C_1 = 7 \Leftrightarrow C_1 = 1.$$

Do đó $F(x) = \begin{cases} x^2 + 5x + 1 & \text{khi} \quad x \geqslant 1 \\ x^3 + 4x + 2 & \text{khi} \quad x < 1. \end{cases}$

Vậy $F(-1) + 2F(2) = -3 + 2\cdot 15 = 27$.

Chọn phương án **A.** □

Câu 40. Điều kiện $x > -25$. Khi đó ta có bất phương trình tương đương

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 3^{x^2} - 9^x \geqslant 0 \\ \log_3(x+25) - 3 \leqslant 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 3^{x^2} - 9^x \leqslant 0 \\ \log_3(x+25) - 3 \geqslant 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2 \geqslant 2x \\ x + 25 \leqslant 27 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 \leqslant 2x \\ x + 25 \geqslant 27 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \geqslant 2 \\ x \leqslant 0 \end{array}\right. \\ x \leqslant 2 \end{cases} \\ \begin{cases} 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ x \geqslant 2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \leqslant 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện và x nguyên, ta có $x \in \{-24, -23, \ldots, -1, 0, 2\}$.

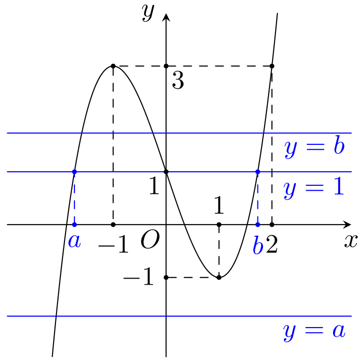
Vậy có 26 giá trị nguyên của x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn phương án **C.** □

Câu 41.

Từ hình vẽ, suy ra

$$f\left(f(x)\right)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f(x)=a<-1 & (1) \\ f(x)=0 & (2) \\ f(x)=b\in(1;2). & (3)\end{array}\right.$$

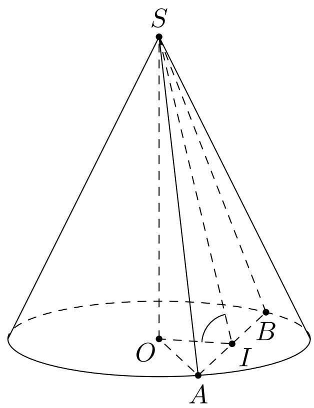


Lại từ hình vẽ, suy ra

- (1) có 1 nghiệm;
- (2) có 3 nghiệm phân biệt khác các nghiệm của (1);
- (3) có 3 nghiệm phân biệt khác các nghiệm của (1) và (2).

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm phân biệt.
Chọn phương án **D.** □

Câu 42.
Ký hiệu đỉnh hình nón là S, tâm đáy là O, thiết diện là SAB và trung điểm AB là I.



Ta có $\begin{cases} AB\perp OI \\ AB\perp SO\end{cases}$, suy ra góc giữa (SAB) và đáy là $\widehat{SIO}=60^\circ$.
Tam giác SAB đều cạnh $4a$, suy ra $SI=2a\sqrt{3}$.
Tam giác SIO vuông tại O có $SO=SI\sin 60^\circ=3a$.
Tam giác SOA vuông tại O có $OA=\sqrt{SA^2-SO^2}=a\sqrt{7}$.
Vậy diện tích xung quanh của $(\mathscr{N})$ là

$$S_{\text{xq}}=\pi r\ell=\pi\cdot a\sqrt{7}\cdot 4a=4\sqrt{7}\pi a^2.$$

Chọn phương án **D.** □

Câu 43. Ta có $\Delta'=(m+1)^2-m^2=2m+1$.

<u>TH1</u>: $2m+1\geqslant 0\Leftrightarrow m\geqslant -\dfrac{1}{2}$, khi đó z_0 là số thực nên $|z_0|=7\Leftrightarrow z_0=\pm 7$.
Thay $z_0=7$ vào phương trình, ta có

$$49-14(m+1)+m^2=0\Leftrightarrow m=7\pm\sqrt{14}\quad \text{(thỏa mãn)}.$$

Thay $z_0=-7$ vào phương trình, ta có

$$49+14(m+1)+m^2=0\Leftrightarrow m^2+14m+63=0\quad \text{(vô nghiệm)}.$$

<u>TH2</u>: $2m+1<0\Leftrightarrow m<-\dfrac{1}{2}$, khi đó phương trình có 2 nghiệm z_0 và $\overline{z_0}$. Theo định lý Vi-ét có

$$z_0\cdot\overline{z_0}=m^2\Leftrightarrow |z_0|^2=m^2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m=7 & \text{(loại)} \\ m=-7. & \end{array}\right.$$

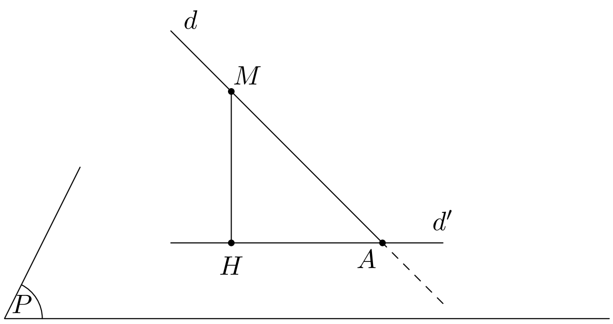
Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn phương án **B.** □

Câu 44. Áp dụng bất đẳng thức môđun, ta có

$$|z+i\overline{w}|\leqslant |z|+|i\overline{w}|\leqslant 1+2=3. \qquad (1)$$

Do đó
$$|z+i\overline{w}-6-8i| \geqslant |-6-8i|-|z+i\overline{w}| \geqslant 10-3=7. \qquad (2)$$
Dấu bằng ở (1) xảy ra khi và chỉ khi $z=ki\overline{w}$, với $k>0$.
Lấy môđun hai vế được $|z|=k\,|i\overline{w}| \Leftrightarrow 1=2k \Leftrightarrow k=\dfrac{1}{2}$, suy ra $i\overline{w}=2z$.
Dấu bằng ở (2) xảy ra khi và chỉ khi $-6-8i=h\,(z+i\overline{w})=3hz$, với $h<0$.
Lấy môđun hai vế được $10=-3h|z| \Leftrightarrow h=-\dfrac{10}{3}$.
Từ đó suy ra $z=\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}i \Rightarrow i\overline{w}=\dfrac{6}{5}+\dfrac{8}{5}i \Rightarrow w=\dfrac{8}{5}+\dfrac{6}{5}i$.
Do đó $|z+i\overline{w}-6-8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 7, khi và chỉ khi
$$\begin{cases} z=\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}i \\ w=\dfrac{8}{5}+\dfrac{6}{5}i \end{cases} \Rightarrow |z-w|=\dfrac{\sqrt{29}}{5}.$$
Chọn phương án **D.** □

Câu 45.



Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}_{(P)}=(1;2;1)$.
Gọi $A=d\cap(P)$, ta có $A\in d$ nên $A(t;1+t;2-t)$.
Lại có $A\in(P)$ nên $t+2(1+t)+2-t-4=0 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow A(0;1;2)$.
Lấy $M(1;2;1)\in d$ và gọi H là hình chiếu của M trên (P).
Khi đó MH đi qua M và nhận $\overrightarrow{n}_{(P)}=(1;2;1)$ làm một vectơ chỉ phương.
Do đó MH có phương trình $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t. \end{cases}$
Ta có $H\in MH$ nên $H(1+t;2+2t;1+t)$.
Lại có $H\in(P)$ nên $1+t+2(2+2t)+1+t-4=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{3}$.
Suy ra $H\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{2}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AH}=\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3}\right)$.
Hình chiếu của d trên (P) đi qua A và nhận $\overrightarrow{u}=3\overrightarrow{AH}=(2;1;-4)$ làm một vectơ chỉ phương.
Vậy hình chiếu của d trên (P) có phương trình
$$\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-4}.$$
Chọn phương án **C.** □

Câu 46. Ta có $f'(x)=3x^2+2ax+b$, $f''(x)=6x+2a$, $f'''(x)=6$.
Khi đó $g'(x)=f'(x)+f''(x)+f'''(x)=f'(x)+f''(x)+6$.
Vì $g(x)$ là hàm đa thức bậc ba và có hai cực trị nên $g'(x)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Lại vì $g(x)$ có hệ số $a > 0$ nên giả sử $x_1 < x_2$, ta có $g(x_1) = 6$, $g(x_2) = -3$.
Phương trình hoàng độ giao điểm

$$\frac{f(x)}{g(x)+6} = 1 \Leftrightarrow f(x) = g(x)+6 \Leftrightarrow f(x) = f(x)+f'(x)+f''(x)+6 \Leftrightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &x = x_1 \\ &x = x_2. \end{aligned}\right.$$

Diện tích của hình phẳng cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int\limits_{x_1}^{x_2} \left|\frac{f(x)}{g(x)+6} - 1\right| \mathrm{d}x = \int\limits_{x_1}^{x_2} \left|\frac{f(x)-g(x)-6}{g(x)+6}\right| \mathrm{d}x = \left|\int\limits_{x_1}^{x_2} \frac{g'(x)}{g(x)+6}\,\mathrm{d}x\right| \\ &= \left|\ln|g(x)+6|\Big|_{x_1}^{x_2}\right| = \left|\ln\left|\frac{g(x_2)+6}{g(x_1)+6}\right|\right| = 2\ln 2. \end{aligned}$$

Chọn phương án **D.** □

Câu 47. (*Lời giải của tác giả Nguyễn Song Minh*)
Giả sử y là một trong những số nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán, lúc đó ta xét phương trình

$$27^{3x^2+xy} = (1+xy)27^{9x} \tag{1}$$

trên $\mathscr{D} = \left(\frac{1}{3};3\right) \cap \{x \in \mathbb{R} \big| 1+xy > 0\}$, và trên $\mathscr{D}$ phương trình (1) $\Leftrightarrow f(x) = 0$, trong đó

$$f(x) = 3x^2 + (y-9)x - \frac{1}{3}\log_3(1+xy).$$

Ta có

$$f'(x) = 6x + y - 9 - \frac{y}{3(1+xy)\ln 3}; \quad f''(x) = 6 + \frac{y^2}{3(1+xy)^2\ln 3}.$$

TH1: $y \leqslant -1$, khi đó vì cần có nghiệm $x \in \left(\frac{1}{3};3\right)$ nên $y \geqslant -2$, suy ra $\mathscr{D} = \left(\frac{1}{3};-\frac{1}{y}\right)$.

Trên $\mathscr{D}$, ta có

$$\lim_{x\to\frac{1}{3}^+} f(x) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}y - 3 - \frac{1}{3}\log_3\left(1+\frac{1}{3}y\right) \leqslant -3 - \frac{1}{3}\log_3\frac{1}{3} < 0.$$

Kết hợp $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{y}^-} f(x) = +\infty$ và $f(x)$ liên tục trên $\mathscr{D}$ nên $f(x) = 0$ có nghiệm trên $\mathscr{D}$.

Do đó $y \in \{-2,-1\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2: $y = 0$, ta có $f(x) = 3x^2 - 9x < 0, \forall x \in \left(\frac{1}{3};3\right)$ nên $f(x) = 0$ không có nghiệm (loại).

TH3: $y \geqslant 10$, lúc đó ta có

$$\lim_{x\to\frac{1}{3}^+} f'(x) = y - 9 + 2 - \frac{y}{(3+y)\ln 3} > y - 9 + 1 > 0.$$

Kết hợp $f'(x)$ tăng ngặt trên $\mathscr{D}$, suy ra $f(x)$ tăng ngặt trên $\mathscr{D}$ và trên $\mathscr{D}$ có

$$\lim_{x\to\frac{1}{3}^+} f(x) = -\frac{8}{3} + \frac{1}{3}y - \frac{1}{3}\log_3\left(1+\frac{1}{3}y\right).$$

Xét $g(y) = -\dfrac{8}{3} + \dfrac{1}{3}y - \dfrac{1}{3}\log_3\left(1 + \dfrac{1}{3}y\right)$ trên $[10; +\infty)$, ta có

$$g'(y) = \frac{1}{3} - \frac{1}{3(3+y)} > 0, \quad g(10) = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}\log_3\frac{13}{3} > 0.$$

Suy ra $g(y) > 0$, $\forall y \in [10; +\infty)$, nên $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathscr{D}$.
Do đó trường hợp này không có giá trị nào của y thỏa mãn yêu cầu bài toán.

<u>TH4</u>: $1 \leqslant y \leqslant 9$, thế thì với $g(y) = -\dfrac{8}{3} + \dfrac{1}{3}y - \dfrac{1}{3}\log_3\left(1 + \dfrac{1}{3}y\right)$, vì $g(9) = \dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{3}\log_3 4 < 0$, kết hợp tính tăng ngặt của $g(y)$ trên đoạn $[1; 9]$, ta có

$$\lim_{x \to \frac{1}{3}^+} f(x) = g(y) < 0.$$

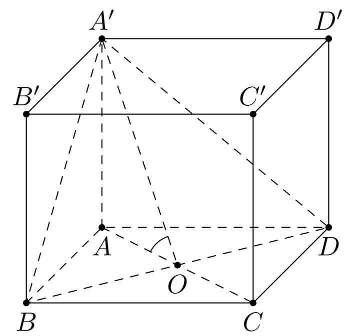
Theo bất đẳng thức $\ln(1+u) < u$, ta có

$$\lim_{x \to 3^-} f(x) = 9y - \frac{1}{3}\log_3(1 + 9y) > 9y - \ln(1+9y) > 0.$$

Đến đây, theo tính liên tục của $f(x)$, suy ra $f(x) = 0$ có nghiệm trên $\mathscr{D}$.
Do đó các số nguyên $y \in [1; 9]$ đều thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy, $y \in \{-2, -1, 1, 2, \ldots, 9\}$ nên có 11 giá trị nguyên của y thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn phương án **C.** □

Câu 48.



Gọi O là giao điểm của AC và BD.
Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp A'A \end{cases} \Rightarrow BD \perp (A'AO)$.
Do đó $(\widehat{(A'BD), (ABCD)}) = (\widehat{A'O, AO}) = \widehat{A'OA} = 30°$.
Vì $ABCD$ là hình vuông nên

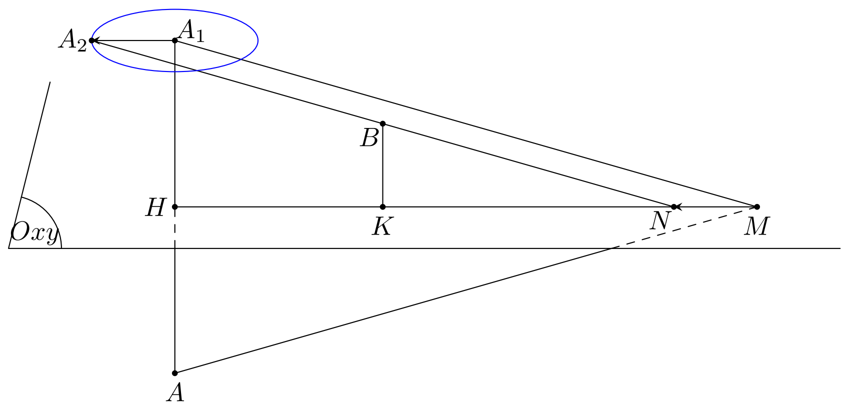
$$AB = AD = \frac{BD}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2},\ AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}BD = a.$$

Tam giác $A'AO$ vuông tại A nên $A'A = OA\tan 30° = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.
Vậy thể tích khối hợp chữ nhật là

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB \cdot AD \cdot AA' = a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3.$$

Chọn phương án **D.** □

Câu 49.



Ta có $z_A \cdot z_B < 0$ nên A, B nằm khác phía đối với (Oxy).
Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A, B trên (Oxy).
Ta có $H(1;-3;0)$, $K(-2;1;0)$, suy ra $\overrightarrow{HK} = (-3;4;0)$ và $HK = 5$.
Gọi A_1 là điểm đối xứng với A qua (Oxy), ta có $A_1(1;-3;4)$.
Gọi A_2 là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{A_1A_2} = \overrightarrow{MN}$.
Khi đó $A_1A_2 = MN = 2$, suy ra A_2 thuộc đường tròn (C) có tâm A_1, bán kính $r = 2$ và nằm trong mặt phẳng song song với (Oxy).
Ta có $|AM - BN| = |A_1M - BN| = |A_2N - BN| \leqslant A_2B$.
Do đó $|AM - BN|$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi dấu "= xảy ra và A_2B đạt giá trị lớn nhất.
Khi đó $\overrightarrow{A_1A_2}$ ngược hướng với $\overrightarrow{HK}$.
Từ đó suy ra $\overrightarrow{A_1A_2} = -\dfrac{A_1A_2}{HK} \cdot \overrightarrow{HK} = \left(\dfrac{6}{5}; -\dfrac{8}{5}; 0\right)$.
Do đó $A_2\left(\dfrac{11}{5}; -\dfrac{23}{5}; 4\right)$ nên $A_2B = \sqrt{\left(-2 - \dfrac{11}{5}\right)^2 + \left(1 + \dfrac{23}{5}\right)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{53}$.
Vậy giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng $\sqrt{53}$.
Chọn phương án **D.** □

Câu 50. Đặt $h(x) = |x^3 + 5x|$, ta có bảng biến thiên của $h(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	||	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó $g(x) = f\left(h(x) + m\right)$, suy ra $g'(x) = h'(x) \cdot f'\left(h(x) + m\right)$.
Ta có $f'\left(h(x) + m\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} h(x) + m = 7 \\ h(x) + m = 3 \\ h(x) + m = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} h(x) = 7 - m \\ h(x) = 3 - m \\ h(x) = -3 - m. \end{array}\right.$
Từ bảng biến thiên, suy ra $g(x)$ đạt cực trị tại $x = 0$.
Do đó $g(x)$ có ít nhất 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $f'\left(h(x) + m\right) = 0$ có ít nhất 2 nghiệm bậc lẻ khác 0.
Từ bảng biến thiên, suy ra $7 - m > 0 \Leftrightarrow m < 7$.
Vậy có 6 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn phương án **A.** □