BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 05 trang)

KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh: ....

Số báo danh: ....

Mã đề thi 105

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3$ là

A. $(\log_2 3; +\infty)$. **B.** $(-\infty; \log_3 2)$. **C.** $(\log_3 2; +\infty)$. **D.** $(-\infty; \log_2 3)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

Câu 3. Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n \geqslant 2$, công thức nào dưới đây đúng?

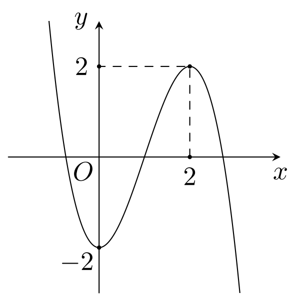
A. $\mathrm{A}_n^2 = \dfrac{n!}{2!(n-2)!}$. **B.** $\mathrm{A}_n^2 = \dfrac{n!}{(n-2)!}$. **C.** $\mathrm{A}_n^2 = \dfrac{(n-2)!}{n!}$. **D.** $\mathrm{A}_n^2 = \dfrac{2!}{(n-2)!}$.

Câu 4. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt{a}$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 2)$. **B.** $(2; +\infty)$. **C.** $(-2; 2)$. **D.** $(0; 2)$.



Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x) = 2$ là

A. $x = 9$. **B.** $x = \dfrac{9}{2}$. **C.** $x = 8$. **D.** $x = 4$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x + 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x - 3x + C$. **B.** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{x-3} + C$.

C. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$. **D.** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + 3x + C$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

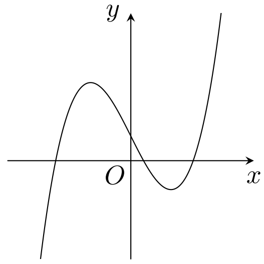
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 9. Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi R^2$. **B.** $S = \dfrac{4}{3}\pi R^2$. **C.** $S = 4\pi R^2$. **D.** $S = 16\pi R^2$.

Câu 10. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^3 - 2x + \frac{1}{2}$.
B. $y = x^3 - 2x + \frac{1}{2}$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.
D. $y = x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 15$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** -12. **C.** 5. **D.** 12.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x - 2y + 2z - 3 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n}_3 = (1; 2; 2)$. **B.** $\overrightarrow{n}_1 = (1; -2; 2)$. **C.** $\overrightarrow{n}_2 = (1; 2; -2)$. **D.** $\overrightarrow{n}_4 = (1; -2; -3)$.

Câu 13. Thể tích của khối lập phương cạnh $3a$ bằng

A. $27a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $9a^3$. **D.** a^3.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 2x + C$.
B. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^3 + x + C$.
C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + x + C$.
D. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^2 + x + C$.

Câu 15. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = -\frac{1}{2}$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 2; -4)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(-3; -2; 4)$. **B.** $(3; -2; -4)$. **C.** $(3; 2; -4)$. **D.** $(3; 2; 4)$.

Câu 17. Nếu $\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ thì $\int\limits_0^3 3f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 18. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 18. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{4}{3}}$ là

A. $y' = \frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}$. **B.** $y' = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$. **C.** $y' = \frac{4}{3}x^{-\frac{1}{3}}$. **D.** $y' = \frac{3}{4}x^{\frac{1}{3}}$.

Câu 19. Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 6π. **C.** 4π. **D.** 18π.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(-3; 1; 2)$ và có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u} = (2; 4; -1)$. Phương trình của d là

A. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 + t. \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 - t. \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 4 + t \\ z = -1 + 2t. \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 - t. \end{cases}$

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; 1; -2)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của S là

A. $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$.
B. $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 3$.
C. $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$.
D. $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

Câu 22. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 7a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{7}{2}a^3$. **B.** $\frac{7}{6}a^3$. **C.** $7a^3$. **D.** $\frac{7}{3}a^3$.

Câu 23. Tập xác định của hàm số $y = 6^x$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **C.** $[0; +\infty)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Câu 24. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $z_1 = -2 + 3i$. **B.** $z_4 = -2 - 3i$. **C.** $z_2 = 2 - 3i$. **D.** $z_3 = 2 + 3i$.

Câu 25. Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 3 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

A. $2 - 6i$. **B.** $-2 + 6i$. **C.** $4 + 2i$. **D.** $4 - 2i$.

Câu 26. Nếu $\int\limits_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 5$ và $\int\limits_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x = -4$ thì $\int\limits_1^4 [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A. -9. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 9.

Câu 27. Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 28. Phần thực của số phức $z = 3 - 2i$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 0; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x + 2y + 4z - 17 = 0$. **B.** $x + 2y + 2z - 11 = 0$.
C. $x + 2y + 4z - 4 = 0$. **D.** $x + 2y + 2z - 2 = 0$.

Câu 30. Cho số phức z thỏa mãn $iz = 3 + 2i$. Số phức liên hợp của z là

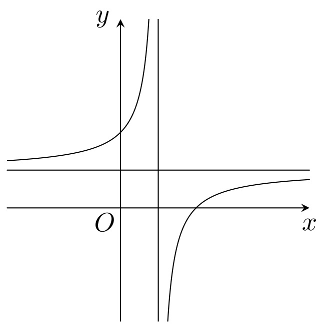
A. $\overline{z} = -2 - 3i$. **B.** $\overline{z} = 2 + 3i$. **C.** $\overline{z} = 2 - 3i$. **D.** $\overline{z} = -2 + 3i$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $AC = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $\frac{1}{2}a$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. **D.** a.

Câu 32. Biết hàm số $y = \frac{x + a}{x - 1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' < 0$, $\forall x \neq 1$. **B.** $y' < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
C. $y' > 0$, $\forall x \neq 1$. **D.** $y' > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.



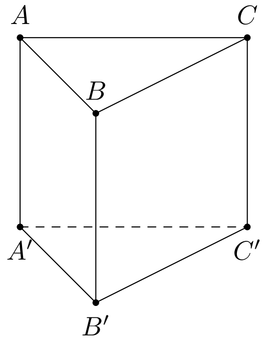
Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x + y - 3z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-3}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-3}$. **D.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 34. Trên đoạn $[0; 3]$, hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x = 3$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 2$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và CC' bằng



A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 36. Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

A. $\frac{1}{30}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

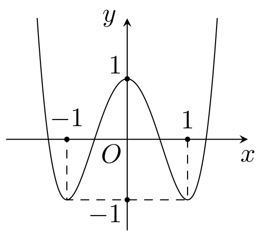
Câu 37. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 7$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3 + b = 128$. **B.** $a^3 b = 49$. **C.** $a^3 b = 128$. **D.** $a^3 + b = 49$.

Câu 38. Nếu $\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 6$ thì $\int\limits_0^2 [2f(x) - 1]\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 11. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 14.

Câu 39. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 0$ là



A. 12. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 10.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x^2} - 4^x\right)[\log_2(x+14) - 4] \leqslant 0$?

A. 14. **B.** 15. **C.** 13. **D.** Vô số.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{khi } x \geqslant 1 \\ 3x^2 + 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

A. 10. **B.** 11. **C.** 23. **D.** 21.

Câu 42. Cắt hình nón $(\mathscr{N})$ bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc 30°, ta được thiết diện là một tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của $(\mathscr{N})$ bằng

A. $8\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $4\sqrt{7}\pi a^2$. **C.** $4\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $8\sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 8$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 44. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60°. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 45. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + i\overline{w} - 6 + 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z - w|$ bằng

A. 3. **B.** $\frac{\sqrt{29}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{221}}{5}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 46. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\frac{1}{3}; 5\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy} = (1 + xy)27^{15x}$?

A. 15. **B.** 17. **C.** 18. **D.** 16.

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \dfrac{f(x)}{g(x) + 6}$ và $y = 1$ bằng.

A. $3 \ln 2$. **B.** $\ln 2$. **C.** $2 \ln 3$. **D.** $\ln 15$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng (P): $x + 2y - z - 6 = 0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

A. $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{4} = \dfrac{z+1}{7}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-1}{7}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 2)$ và $B(-2; 1; -4)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 4$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

A. $\sqrt{85}$. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{61}$. **D.** $3\sqrt{13}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 10)\left(x^2 - 25\right), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f\left(\left|x^3 + 8x\right| + m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 25. **B.** 10. **C.** 5. **D.** 9.

—— Hết ——

ĐÁP ÁN MÃ ĐỀ THI 105

1 A	**6** B	**11** C	**16** C	**21** A	**26** D	**31** D	**36** A	**41** D	**46** B
2 B	**7** D	**12** B	**17** B	**22** D	**27** C	**32** C	**37** C	**42** C	**47** C
3 B	**8** C	**13** A	**18** B	**23** A	**28** B	**33** C	**38** C	**43** A	**48** A
4 D	**9** C	**14** C	**19** A	**24** A	**29** D	**34** B	**39** D	**44** C	**49** A
5 D	**10** B	**15** B	**20** D	**25** D	**30** B	**35** A	**40** B	**45** C	**50** D

ĐÁP ÁN CHI TIẾT MÃ ĐỀ THI 105
(Soạn bởi Nguyễn Minh Hiếu)

Câu 1. Ta có $2^x > 3 \Leftrightarrow x > \log_2 3$.
Vậy bất phương trình có tập nghiệm $(\log_2 3; +\infty)$.
Chọn phương án **A.** □

Câu 2. Từ bảng biến thiên, suy ra giá trị cực đại của hàm số đã cho là $y_{\text{CĐ}} = 3$.
Chọn phương án **B.** □

Câu 3. Ta có $\mathrm{A}_n^2 = \dfrac{n!}{(n-2)!}$.
Chọn phương án **B.** □

Câu 4. Ta có $\log_a \sqrt{a} = \log_a a^{\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{2}$.
Chọn phương án **D.** □

Câu 5. Từ hình vẽ, suy ra hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
Chọn phương án **D.** □

Câu 6. Ta có $\log_3(2x) = 2 \Leftrightarrow 2x = 3^2 \Leftrightarrow 2x = 9 \Leftrightarrow x = \dfrac{9}{2}$.
Chọn phương án **B.** □

Câu 7. Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (\mathrm{e}^x + 3)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + 3x + C$.
Chọn phương án **D.** □

Câu 8. Từ bảng xét dấu, suy ra hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.
Chọn phương án **C.** □

Câu 9. Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức $S = 4\pi R^2$.
Chọn phương án **C.** □

Câu 10. Từ hình vẽ, suy ra

- Đường cong có hình dáng của đồ thị hàm số bậc ba nên loại phương án C và D.
- $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$, suy ra hệ số $a > 0$ nên loại phương án A.

Chọn phương án **B.** □

Câu 11. Công bội của cấp số nhân đã cho $q = \dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{15}{3} = 5$.
Chọn phương án **C.** □

Câu 12. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}_1 = (1; -2; 2)$.
Chọn phương án **B.** □

Câu 13. Thể tích của khối lập phương đã cho là $V = (3a)^3 = 27a^3$.
Chọn phương án **A.** □

Câu 14. Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \left(x^2 + 1\right)\,\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} + x + C$.
Chọn phương án **C.** □

Câu 15. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình $x = 1$.
Chọn phương án **B.** $\square$

Câu 16. Ta có $\overrightarrow{OA} = (3; 2; -4)$.
Chọn phương án **C.** $\square$

Câu 17. Ta có $\int\limits_0^3 3f(x)\,\mathrm{d}x = 3\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 3 \cdot 2 = 6$.
Chọn phương án **B.** $\square$

Câu 18. Trên khoảng $(0; +\infty)$, ta có $y' = \dfrac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$.
Chọn phương án **B.** $\square$

Câu 19. Thể tích của khối trụ đã cho là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 12\pi$.
Chọn phương án **A.** $\square$

Câu 20. Đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 - t. \end{cases}$
Chọn phương án **D.** $\square$

Câu 21. Mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$.
Chọn phương án **A.** $\square$

Câu 22. Thể tích khối chóp đã cho là $V = \dfrac{1}{3}Bh = \dfrac{1}{3} \cdot 7a^2 \cdot a = \dfrac{7}{3}a^3$.
Chọn phương án **D.** $\square$

Câu 23. Hàm số đã cho có tập xác định $\mathbb{R}$.
Chọn phương án **A.** $\square$

Câu 24. Điểm $M(-2; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức $z_1 = -2 + 3i$.
Chọn phương án **A.** $\square$

Câu 25. Ta có $z + w = (1 + 2i) + (3 - 4i) = 4 - 2i$.
Chọn phương án **D.** $\square$

Câu 26. Ta có

$$\int\limits_1^4 [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x = \int\limits_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x = 5 - (-4) = 9.$$

Chọn phương án **D.** $\square$

Câu 27. Ta có $y(0) = -1$ nên đồ thị hàm số đã cho cắt Oy tại điểm có tung độ bằng -1.
Chọn phương án **C.** $\square$

Câu 28. Số phức $z = 3 - 2i$ có phần thực bằng 3.
Chọn phương án **B.** $\square$

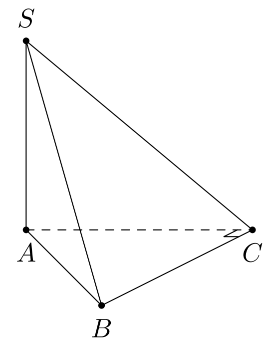
Câu 29. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB.
Khi đó (P) nhận $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 2)$ làm một vectơ pháp tuyến nên có phương trình

$$1(x-0) + 2(y-0) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 2 = 0.$$

Chọn phương án **D.** □

Câu 30. Ta có $iz = 3 + 2i \Leftrightarrow z = \dfrac{3+2i}{i} \Leftrightarrow z = 2 - 3i$.
Vậy số phức liên hợp của z là $\overline{z} = 2 + 3i$.
Chọn phương án **B.** □

Câu 31.
Tam giác ABC vuông cân tại C nên $BC = AC = a$.
Ta có $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC)$.
Do đó $\mathrm{d}(B, (SAC)) = BC = a$.



Chọn phương án **D.** □

Câu 32. Từ công thức, suy ra hàm số không xác định tại $x = 1$.
Từ hình vẽ, suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng xác định.
Vậy $y' > 0$, $\forall x \neq 1$.
Chọn phương án **C.** □

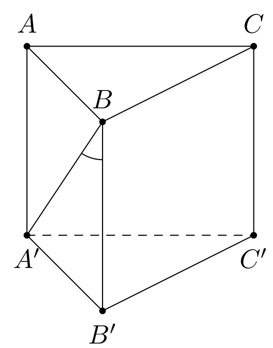
Câu 33. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}_{(P)} = (2; 1; -3)$.
Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P).
Khi đó d nhận $\overrightarrow{n}_{(P)} = (2; 1; -3)$ làm một vectơ chỉ phương nên có phương trình

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-3}.$$

Chọn phương án **C.** □

Câu 34. Hàm số đã cho liên tục trên $[0; 3]$.
Ta có $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \notin [0; 3]. \end{array}\right.$
Lại có $y(0) = 4$, $y(1) = 2$, $y(3) = 22$.
Vậy hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$.
Chọn phương án **B.** □

Câu 35.
Ta có $CC' \parallel BB'$ nên $(\widehat{A'B, CC'}) = (\widehat{A'B, BB'}) = \widehat{A'BB'}$.
Vì $ABB'A'$ là hình vuông nên $\widehat{A'BB'} = 45^\circ$.
Vậy $(\widehat{A'B, CC'}) = 45^\circ$.



Chọn phương án **A.** □

Câu 36. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{10}^3 = 120$.
Gọi A là biến cố "Lấy được 3 quả bóng màu đỏ", ta có $n(A) = \mathrm{C}_4^3 = 4$.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{4}{120} = \dfrac{1}{30}$.
Chọn phương án **A.** □

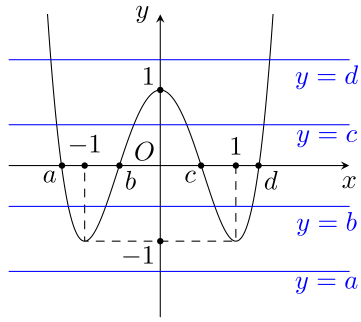
Câu 37. Ta có $\log_2 a^3 + \log_2 b = 7 \Leftrightarrow \log_2\left(a^3 b\right) = 7 \Leftrightarrow a^3 b = 2^7 \Leftrightarrow a^3 b = 128$.
Chọn phương án **C.** □

Câu 38. Ta có

$$\int\limits_0^2 [2f(x) - 1]\,\mathrm{d}x = 2\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_0^2 1\,\mathrm{d}x = 2 \cdot 6 - x\Big|_0^2 = 12 - (2 - 0) = 10.$$

Chọn phương án **C.** □

Câu 39.
Từ hình vẽ, suy ra



$$f\left(f(x)\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f(x) = a < -1 & (1) \\ f(x) = b \in (-1;0) & (2) \\ f(x) = c \in (0;1) & (3) \\ f(x) = d > 1. & (4) \end{array}\right.$$

Lại từ hình vẽ, suy ra

- (1) vô nghiệm;
- (2) có 4 nghiệm phân biệt;
- (3) có 4 nghiệm phân biệt khác các nghiệm của (2);
- (4) có 2 nghiệm phân biệt khác các nghiệm của (2) và (3).

Vậy phương trình đã cho có 10 nghiệm phân biệt.
Chọn phương án **D.** □

Câu 40. Điều kiện $x > -14$. Khi đó ta có bất phương trình tương đương

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2^{x^2} - 4^x \geqslant 0 \\ \log_2(x+14) - 4 \leqslant 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2^{x^2} - 4^x \leqslant 0 \\ \log_2(x+14) - 4 \geqslant 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2 \geqslant 2x \\ x + 14 \leqslant 16 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 \leqslant 2x \\ x + 4 \geqslant 16 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \geqslant 2 \\ x \leqslant 0 \end{array}\right. \\ x \leqslant 2 \end{cases} \\ \begin{cases} 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ x \geqslant 2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \leqslant 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện và x nguyên, ta có $x \in \{-13, -12, \ldots, -1, 0, 2\}$.
Vậy có 15 giá trị nguyên của x thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn phương án **B.** □

Câu 41. Ta có $F(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + C_1 & \text{khi} \quad x \geqslant 1 \\ x^3 + 2x + C_2 & \text{khi} \quad x < 1. \end{cases}$

Lại có $F(0) = 2 \Leftrightarrow C_2 = 2 \Rightarrow F(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + C_1 & \text{khi} \quad x \geqslant 1 \\ x^3 + 2x + 2 & \text{khi} \quad x < 1. \end{cases}$

Mặt khác $F(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ nên liên tục trên $\mathbb{R}$, do đó

$$\lim_{x\to 1^+} F(x) = \lim_{x\to 1^-} F(x) \Leftrightarrow 4 + C_1 = 5 \Leftrightarrow C_1 = 1.$$

Do đó $F(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + 1 & \text{khi} \quad x \geqslant 1 \\ x^3 + 2x + 2 & \text{khi} \quad x < 1. \end{cases}$

Vậy $F(-1) + 2F(2) = -1 + 2 \cdot 11 = 21.$

Chọn phương án **D.** □

Câu 42.

Ký hiệu đỉnh hình nón là S, tâm đáy là O, thiết diện là SAB và trung điểm AB là I.

Ta có $\begin{cases} AB \perp OI \\ AB \perp SO \end{cases}$, suy ra góc giữa (SAB) và đáy là $\widehat{SIO} = 30^\circ$.

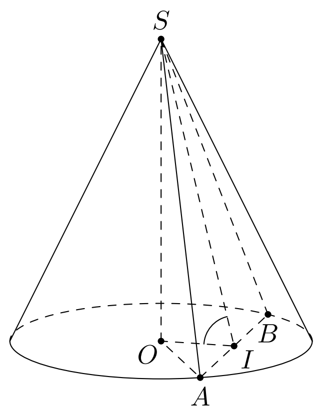
Tam giác SAB đều cạnh $4a$, suy ra $SI = 2a\sqrt{3}$.

Tam giác SIO vuông tại O có $SO = SI \sin 30^\circ = a\sqrt{3}$.

Tam giác SOA vuông tại O có $OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = a\sqrt{13}$.

Vậy diện tích xung quanh của $(\mathscr{N})$ là

$$S_{\text{xq}} = \pi r \ell = \pi \cdot a\sqrt{13} \cdot 4a = 4\sqrt{13}\pi a^2.$$



Chọn phương án **C.** □

Câu 43. Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - m^2 = 2m + 1$.

<u>TH1</u>: $2m + 1 \geqslant 0 \Leftrightarrow m \geqslant -\dfrac{1}{2}$, khi đó z_0 là số thực nên $|z_0| = 8 \Leftrightarrow z_0 = \pm 8$.

Thay $z_0 = 8$ vào phương trình, ta có

$$64 - 16(m+1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} m &= 12 \\ m &= 4 \end{aligned}\right. \quad \text{(thỏa mãn)}.$$

Thay $z_0 = -8$ vào phương trình, ta có

$$64 + 16(m+1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 16m + 80 = 0 \quad \text{(vô nghiệm)}.$$

<u>TH2</u>: $2m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -\dfrac{1}{2}$, khi đó phương trình có 2 nghiệm z_0 và $\overline{z_0}$. Theo định lý Vi-ét có

$$z_0 \cdot \overline{z_0} = m^2 \Leftrightarrow |z_0|^2 = m^2 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} m &= 8 \quad \text{(loại)} \\ m &= -8. \end{aligned}\right.$$

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn phương án **A.** □

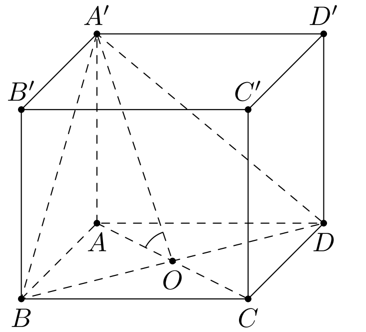
Câu 44.

Gọi O là giao điểm của AC và BD.

Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp A'A \end{cases} \Rightarrow BD \perp (A'AO)$.

Do đó $(\widehat{(A'BD),(ABCD)}) = (\widehat{A'O, AO} = \widehat{A'OA} = 60^\circ$.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên



$$AB = AD = \frac{BD}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2},\ AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}BD = a.$$

Tam giác $A'AO$ vuông tại A nên $A'A = OA \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối hợp chữ nhật là

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB \cdot AD \cdot AA' = a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{3} = 2\sqrt{3}a^3.$$

Chọn phương án **C.** □

Câu 45. Áp dụng bất đẳng thức môđun, ta có

$$|z + i\overline{w}| \leqslant |z| + |i\overline{w}| \leqslant 1 + 2 = 3. \tag{1}$$

Do đó

$$|z + i\overline{w} - 6 + 8i| \geqslant |-6 + 8i| - |z + i\overline{w}| \geqslant 10 - 3 = 7. \tag{2}$$

Dấu bằng ở (1) xảy ra khi và chỉ khi $z = ki\overline{w}$, với $k > 0$.

Lấy môđun hai vế được $|z| = k\,|i\overline{w}| \Leftrightarrow 1 = 2k \Leftrightarrow k = \frac{1}{2}$, suy ra $i\overline{w} = 2z$.

Dấu bằng ở (2) xảy ra khi và chỉ khi $-6 + 8i = h\,(z + i\overline{w}) = 3hz$, với $h < 0$.

Lấy mô đun hai vế được $10 = -3h|z| \Leftrightarrow h = -\frac{10}{3}$.

Từ đó suy ra $z = \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i \Rightarrow i\overline{w} = \frac{6}{5} - \frac{8}{5}i \Rightarrow w = -\frac{8}{5} + \frac{6}{5}i$.

Do đó $|z + i\overline{w} - 6 + 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 7, khi và chỉ khi

$$\begin{cases} z = \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i \\ w = -\frac{8}{5} + \frac{6}{5}i \end{cases} \Rightarrow |z - w| = \frac{\sqrt{221}}{5}.$$

Chọn phương án **C.** □

Câu 46. (*Lời giải của tác giả Nguyễn Song Minh*)

Giả sử y là một trong những số nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán, lúc đó ta xét phương trình

$$27^{3x^2+xy} = (1+xy)27^{15x}. \tag{1}$$

trên $\mathscr{D} = \left(\frac{1}{3}; 5\right) \cap \{x \in \mathbb{R} \big| 1 + xy > 0\}$, và trên $\mathscr{D}$ phương trình (1) $\Leftrightarrow f(x) = 0$, trong đó

$$f(x) = 3x^2 + (y - 15)x - \frac{1}{3}\log_3(1 + xy).$$

Ta có

$$f'(x) = 6x + y - 15 - \frac{y}{3(1+xy)\ln 3}; \quad f''(x) = 6 + \frac{y^2}{3(1+xy)^2 \ln 3}.$$

<u>TH1</u>: $y \leqslant -1$, khi đó vì cần có nghiệm $x \in \left(\frac{1}{3}; 5\right)$ nên $y \geqslant -2$, suy ra $\mathscr{D} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{y}\right)$.

Trên $\mathscr{D}$, ta có

$$\lim_{x \to \frac{1}{3}^+} f(x) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}y - 5 - \frac{1}{3}\log_3\left(1 + \frac{1}{3}y\right) \leqslant -5 - \frac{1}{3}\log_3\frac{1}{3} < 0.$$

Kết hợp $\lim\limits_{x \to -\frac{1}{y}^-} f(x) = +\infty$ và $f(x)$ liên tục trên $\mathscr{D}$ nên $f(x) = 0$ có nghiệm trên $\mathscr{D}$.

Do đó $y \in \{-2, -1\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

<u>TH2</u>: $y = 0$, ta có $f(x) = 3x^2 - 15x < 0, \forall x \in \left(\frac{1}{3}; 5\right)$ nên $f(x) = 0$ không có nghiệm (loại).

<u>TH3</u>: $y \geqslant 16$, lúc đó ta có

$$\lim_{x \to \frac{1}{3}^+} f'(x) = y - 15 + 2 - \frac{y}{(3 + y)\ln 3} > y - 15 + 1 > 0.$$

Kết hợp $f'(x)$ tăng ngặt trên $\mathscr{D}$, suy ra $f(x)$ tăng ngặt trên $\mathscr{D}$ và trên $\mathscr{D}$ có

$$\lim_{x \to \frac{1}{3}^+} f(x) = -\frac{14}{3} + \frac{1}{3}y - \frac{1}{3}\log_3\left(1 + \frac{1}{3}y\right).$$

Xét $g(y) = -\frac{14}{3} + \frac{1}{3}y - \frac{1}{3}\log_3\left(1 + \frac{1}{3}y\right)$ trên $[16; +\infty)$, ta có

$$g'(y) = \frac{1}{3} - \frac{1}{3(3 + y)} > 0, \quad g(16) = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}\log_3\frac{19}{3} > 0.$$

Suy ra $g(y) > 0$, $\forall y \in [16; +\infty)$, nên $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathscr{D}$.
Do đó trường hợp này không có giá trị nào của y thỏa mãn yêu cầu bài toán.

<u>TH4</u>: $1 \leqslant y \leqslant 15$, thế thì với $g(y) = -\frac{14}{3} + \frac{1}{3}y - \frac{1}{3}\log_3\left(1 + \frac{1}{3}y\right)$, vì $g(15) = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}\log_3 6 < 0$,
kết hợp tính tăng ngặt của $g(y)$ trên đoạn $[1; 15]$, ta có

$$\lim_{x \to \frac{1}{3}^+} f(x) = g(y) < 0.$$

Theo bất đẳng thức $\ln(1 + u) < u$, ta có

$$\lim_{x \to 5^-} f(x) = 15y - \frac{1}{3}\log_3(1 + 15y) > 15y - \ln(1 + 15y) > 0.$$

Đến đây, theo tính liên tục của $f(x)$, suy ra $f(x) = 0$ có nghiệm trên $\mathscr{D}$.
Do đó các số nguyên $y \in [1; 15]$ đều thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy, $y \in \{-2, -1, 1, 2, \ldots, 15\}$ nên có 17 giá trị nguyên của y thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn phương án **B.** □

Câu 47. Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$, $f''(x) = 6x + 2a$, $f'''(x) = 6$.
Khi đó $g'(x) = f'(x) + f''(x) + f'''(x) = f'(x) + f''(x) + 6$.
Vì $g(x)$ là hàm đa thức bậc ba và có hai cực trị nên $g'(x)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Lại vì $g(x)$ có hệ số $a > 0$ nên giả sử $x_1 < x_2$, ta có $g(x_1) = 3$, $g(x_2) = -5$.
Phương trình hoành độ giao điểm

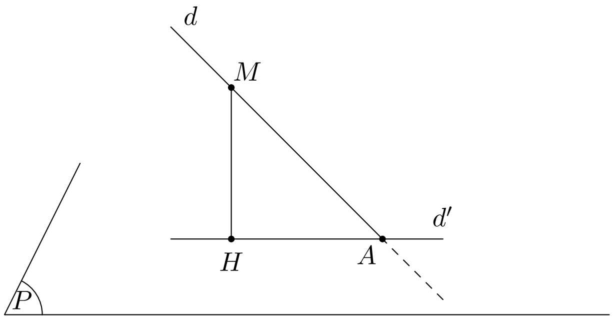
$$\frac{f(x)}{g(x)+6} = 1 \Leftrightarrow f(x) = g(x) + 6 \Leftrightarrow f(x) = f(x) + f'(x) + f''(x) + 6 \Leftrightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_1 \\ x = x_2. \end{array}\right.$$

Diện tích của hình phẳng cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int\limits_{x_1}^{x_2} \left| \frac{f(x)}{g(x)+6} - 1 \right| \mathrm{d}x = \int\limits_{x_1}^{x_2} \left| \frac{f(x) - g(x) - 6}{g(x)+6} \right| \mathrm{d}x = \left| \int\limits_{x_1}^{x_2} \frac{g'(x)}{g(x)+6} \mathrm{d}x \right| \\ &= \left| \ln |g(x)+6| \Big|_{x_1}^{x_2} \right| = \left| \ln \left| \frac{g(x_2)+6}{g(x_1)+6} \right| \right| = 2\ln 3. \end{aligned}$$

Chọn phương án **C.** □

Câu 48.



Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}_{(P)} = (1; 2; -1)$.
Gọi $A = d \cap (P)$, ta có $A \in d$ nên $A(1+t; 2+t; -1-2t)$.
Lại có $A \in (P)$ nên $1 + t + 2(2+t) - (-1-2t) - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow A(1; 2; -1)$.
Lấy $M(2; 3; -3) \in d$ và gọi H là hình chiếu của M trên (P).
Khi đó MH đi qua M và nhận $\overrightarrow{n}_{(P)} = (1; 2; -1)$ làm một vectơ chỉ phương.

Do đó MH có phương trình $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -3 - t. \end{cases}$

Ta có $H \in MH$ nên $H(2+t; 3+2t; -3-t)$.

Lại có $H \in (P)$ nên $2 + t + 2(3+2t) - (-3-t) - 6 = 0 \Leftrightarrow t = -\dfrac{5}{6}$.

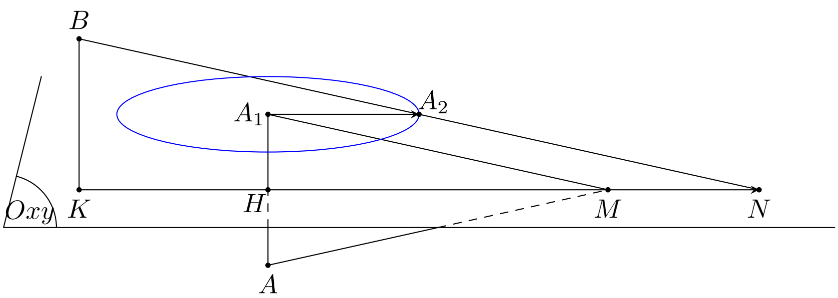
Suy ra $H\left(\dfrac{7}{6}; \dfrac{4}{3}; -\dfrac{13}{6}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = \left(\dfrac{1}{6}; -\dfrac{2}{3}; -\dfrac{7}{6}\right)$.

Hình chiếu của d trên (P) đi qua A và nhận $\overrightarrow{u} = -6\overrightarrow{AH} = (-1; 4; 7)$ làm một vectơ chỉ phương.
Vậy hình chiếu của d trên (P) có phương trình

$$\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{7}.$$

Chọn phương án **A.** □

Câu 49.



Ta có $z_A \cdot z_B < 0$ nên A, B nằm khác phía đối với (Oxy).
Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A, B trên (Oxy).
Ta có $H(1;-3;0)$, $K(-2;1;0)$, suy ra $\overrightarrow{HK} = (-3;4;0)$ và $HK = 5$.
Gọi A_1 là điểm đối xứng với A qua (Oxy), ta có $A_1(1;-3;-2)$.
Gọi A_2 là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{A_1A_2} = \overrightarrow{MN}$.
Khi đó $A_1A_2 = MN = 4$, suy ra A_2 thuộc đường tròn (C) có tâm A_1, bán kính $r = 4$ và nằm trong mặt phẳng song song với (Oxy).
Ta có $|AM - BN| = |A_1M - BN| = |A_2N - BN| \leqslant A_2B$.
Do đó $|AM - BN|$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi dấu "= xảy ra và A_2B đạt giá trị lớn nhất.
Khi đó $\overrightarrow{A_1A_2}$ ngược hướng với $\overrightarrow{HK}$.
Từ đó suy ra $\overrightarrow{A_1A_2} = -\dfrac{A_1A_2}{HK} \cdot \overrightarrow{HK} = \left(\dfrac{12}{5}; -\dfrac{16}{5}; 0\right)$.
Do đó $A_2\left(\dfrac{17}{5}; -\dfrac{31}{5}; -2\right)$ nên $A_2B = \sqrt{\left(-2-\dfrac{17}{5}\right)^2 + \left(1+\dfrac{31}{5}\right)^2 + (-4+2)^2} = \sqrt{85}$.
Vậy giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng $\sqrt{85}$.
Chọn phương án **A.** □

Câu 50. Đặt $h(x) = |x^3 + 8x|$, ta có bảng biến thiên của $h(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó $g(x) = f\left(h(x) + m\right)$, suy ra $g'(x) = h'(x) \cdot f'\left(h(x) + m\right)$.
Ta có $f'\left(h(x)+m\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} h(x) + m = 10 \\ h(x) + m = 5 \\ h(x) + m = -5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} h(x) = 10 - m \\ h(x) = 5 - m \\ h(x) = -5 - m. \end{array}\right.$
Từ bảng biến thiên, suy ra $g(x)$ đạt cực trị tại $x = 0$.
Do đó $g(x)$ có ít nhất 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $f'\left(h(x)+m\right) = 0$ có ít nhất 2 nghiệm bậc lẻ khác 0.
Từ bảng biến thiên, suy ra $10 - m > 0 \Leftrightarrow m < 10$.
Vậy có 9 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn phương án **D.** □